# 1η ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΑΣΚΗΣΗ **Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ ΘΕΤΙΚΗΣ & ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ**

ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ : Κ. ΚΟΥΚΟΥΛΑΣ, ΦΥΣΙΚΟΣ - ΡΑΔΙΟΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΟΣ
[ Ε.Λ. ΠΟΛΥΚΑΣΤΡΟΥ ]

## ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΡΟΠΗΣ ΑΔΡΑΝΕΙΑΣ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥ ΠΟΥ ΚΥΛΙΕΤΑΙ ΣΕ ΠΛΑΓΙΟ ΕΠΙΠΕΔΟ

### ➢ Στόχοι

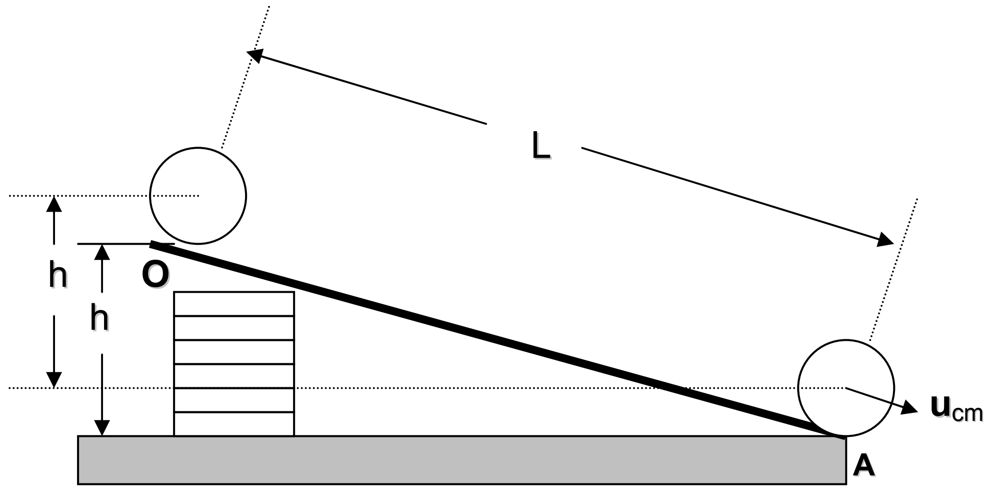
1. Σχεδιασμός και συναρμολόγηση απλών πειραματικών διατάξεων, στα πλαίσια ενός θεωρητικού μοντέλου.
2. Η εξοικείωση με μετρήσεις χρόνου και μήκους και η εκτίμηση των σφαλμάτων που υπεισέρχονται κατά τις μετρήσεις τους.
3. Σχεδιασμός γραφήματος με βάση πειραματικά δεδομένα. Έλεγχος των θεωρητικών προβλέψεων και υπολογισμός μεγεθών από πειραματική γραφική παράσταση.
4. Μέτρηση της ροπής αδράνειας ομοιογενούς κυλινδρικού σώματος με δύο διαφορετικές διαδικασίες.

### ➢ Απαραίτητα Όργανα & Υλικά

1. Ένα σανίδι, μήκους 2m περίπου (μπορεί να είναι και ένα σχολικό θρανίο).
2. Επίπεδη λεία σανίδα διαστάσεων 120 cm X 40 cm περίπου (μπορεί να χρησιμοποιηθεί η τάβλα ενός άλλου θρανίου).
3. Υποστηρίγματα για τη δημιουργία κεκλιμένου επιπέδου, με δυνατότητα μεταβολής της κλίσης του (τρεις – τέσσερις ξύλινες πήχεις διατομής 3cm X 3cm περίπου ή βιβλία αντίστοιχου πάχους).
4. Μια κυλινδρική μπαταρία ή μεταλλικός κύλινδρος μάζας 1Kg.
5. Μετροταινία 2m και βαθμονομημένος κανόνας 30cm.
6. Ζυγός 2Kg.
7. Χρονόμετρο ή αισθητήρες χρόνου.
8. Μαρκαδόρος.
9. Υπολογιστής τσέπης.

## ➢ Το Θεωρητικό Πλαίσιο

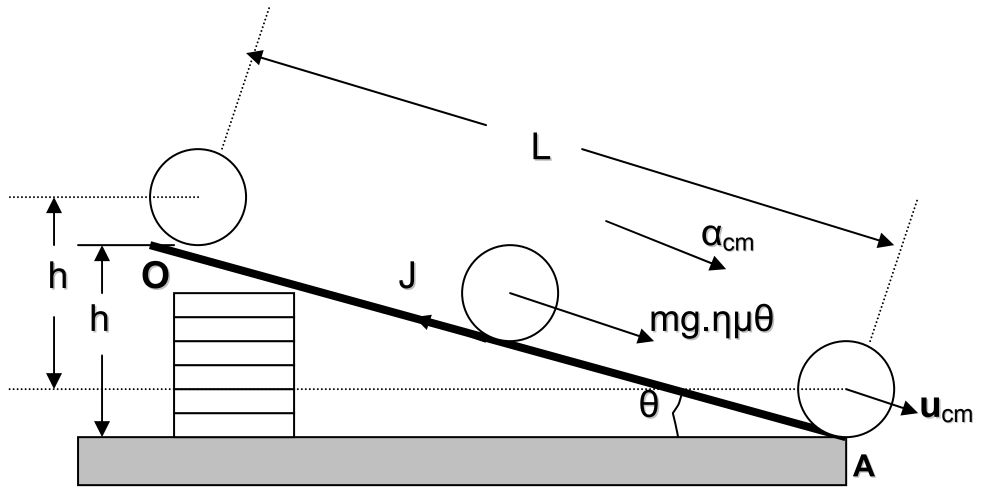
Ο κύλινδρος του σχήματος (του οποίου βλέπουμε το προφίλ) αφήνεται από το σημείο Ο του κεκλιμένου επιπέδου, η κλίση του οποίου μπορεί να μεταβάλλεται, και κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Αυτό σημαίνει ότι η μεταφορική ταχύτητα του κέντρου μάζας του είναι ίση με τη γραμμική ταχύτητα των σημείων της περιφέρειάς του και επομένως ισχύει: $u_{cm} = \omega . R$, όπου R η ακτίνα του κυλίνδρου και ω η γωνιακή ταχύτητα.




Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ενέργειας από το Ο μέχρι το Α έχουμε:

$$mgh = \frac{1}{2}mu^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mu^2 + \frac{1}{2}I\frac{u^2}{R^2}$$

$$\Rightarrow gh = \frac{1}{2}u^2\left(1 + \frac{I}{mR^2}\right) \Rightarrow \frac{1}{2}u^2 = \frac{g}{1 + \frac{I}{mR^2}}h \quad (1)$$



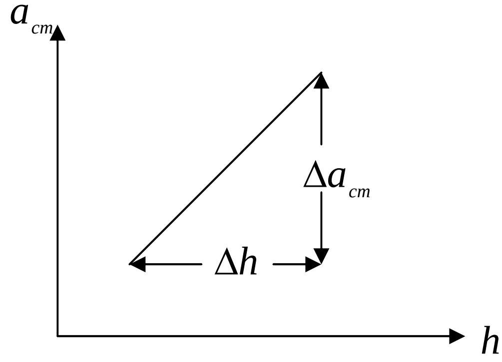

Το κέντρο μάζας του κυλίνδρου εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με την επίδραση της συνιστώσας του βάρους και την αντίδραση της τριβής κυλίσεως, για την οποία ισχύουν οι σχέσεις: $u_{cm} = a_{cm}.t$ και $L = \frac{1}{2}a_{cm}.t^2$

Απαλείφοντας το χρόνο από τις δύο σχέσεις    παίρνουμε: $L = \frac{1}{2} a_{cm} \frac{u_{cm}^2}{a_{cm}^2} \Rightarrow L = \frac{1}{2} \frac{u_{cm}^2}{a_{cm}}$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} u_{cm}^2 = a_{cm}.L \quad (2)$$

Από τις (1) και (2) έχουμε: $a_{cm}.L = \dfrac{g}{1+\dfrac{I}{mR^2}} h$ οπότε: $a_{cm} = \dfrac{g}{(1+\dfrac{I}{mR^2}).L} h$ (3)

Από την (3) διαπιστώνουμε ότι η $\alpha_{cm}$ και το $h$ είναι μεγέθη ανάλογα και από τον συντελεστή αναλογία, ο οποίος εκφράζει την κλίση της ευθείας στη γραφική παράσταση $a_{cm} = f(h)$ και δίνεται από τη σχέση $k = \dfrac{g}{(1+\dfrac{I}{mR^2}).L}$ μπορούμε να υπολογίσουμε τη ροπή αδράνειας του κυλίνδρου.




Πράγματι είναι

$$(1+\frac{I}{mR^2}).L = \frac{g}{k} \Rightarrow 1+\frac{I}{mR^2} = \frac{g}{k.L} \Rightarrow \frac{I}{mR^2} = \frac{g}{k.L} - 1 \Rightarrow$$

$$\boxed{I = (\frac{g}{k.L} - 1).mR^2} \quad (4)$$

Αν συνεπώς υπολογίσουμε την κλίση και με δεδομένο ότι τα υπόλοιπα μεγέθη είναι γνωστά βρίσκουμε εύκολα το $I$. Για την κλίση όμως χρειάζεται η γραφική παράσταση $a_{cm} = f(h)$. Και για μεν το $h$ αντιστοιχεί μια απλή μέτρηση, για το $\alpha_{cm}$ απαιτείται μέτρηση χρόνου. Από τη σχέση $a_{cm} = \dfrac{2L}{t^2}$ αφού το $L$ (μήκος πτώσης κυλινδρικού σώματος πάνω στο πλάγιο επίπεδο) είναι γνωστό, απομένει η μέτρηση του χρονικού διαστήματος πτώσης του σώματος. Μέσα από πίνακα διαδοχικών μετρήσεων χρόνου υπολογίζουμε για διαφορετικά ύψη $h$ την αντίστοιχη $\alpha_{cm}$ και από το διάγραμμα την κλίση.

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

1. Εάν ο κύλινδρος είναι ομοιογενής, η ροπή αδράνειάς του δίνεται από τη σχέση: $I = \frac{1}{2} m R^2$. Η τιμή που προκύπτει μπορεί να συγκριθεί με αυτή που υπολογίζουμε πειραματικά και να σχολιάσουμε τις τυχόν αποκλίσεις.

2. Στην περίπτωση που χρησιμοποιούμε κυλινδρική μπαταρία, η πειραματική τιμή της ροπής αδράνειας, που προκύπτει από τη διεξαγωγή της άσκησης, είναι μεγαλύτερη από αυτή που υπολογίζεται θεωρητικά. Αναζητείται εξήγηση του αποτελέσματος αυτού.

- **Πειραματική Διαδικασία**

1. Τυλίγουμε την παράπλευρη επιφάνειά του κυλίνδρου με ένα στρώμα κολλητικής χαρτοταινίας (ώστε να αποφύγουμε κάθε ενδεχόμενο ολίσθησής του στο πλάγιο επίπεδο).

2. Ζυγίζουμε τον κύλινδρο και καταγράφουμε τη μάζα του. Έτσι,

| **m** = ............. Kg |
|---|

3. Μετράμε την ακτίνα του κυλίνδρου. Η μέτρηση μπορεί να γίνει με τρεις τρόπους:

α. Με παχύμετρο

β. Τυλίγουμε ένα λεπτό σπάγκο στην περιφέρειά του. Όταν τον ξετυλίξουμε μπορούμε να βρούμε το μήκος της περιφέρειάς του και από εκεί την ακτίνα του.

γ. Αν δεν έχουμε παχύμετρο, βάζουμε τον κύλινδρο ανάμεσα σε δύο σανίδια και μετράμε την απόσταση μεταξύ τους, η οποία αντιστοιχεί στη διάμετρο του κυλίνδρου.

| **R** = ............. m |
|---|

4. Προσδιορίζουμε με δύο ευθείες γραμμές (παράλληλες με τις οριζόντιες ακμές της πλάγιας σανίδας) την αρχή και το τέλος της διαδρομής του κυλίνδρου πάνω στην πλάγια σανίδα, που θα χρονομετρήσουμε, και μετράμε το μήκος της. Είναι,

| **L** = ............. m |
|---|

5. Μετράμε την υψομετρική διαφορά $h$ της αρχικής από την τελική θέση του κυλίνδρου, στη διαδρομή που έχουμε προσδιορίσει.

6. Αφήνουμε τον κύλινδρο να ξεκινήσει, χωρίς αρχική ταχύτητα, από το ανώτερο μέρος της διαδρομής του και μετράμε το χρόνο που χρειάζεται για να φθάσει στο άλλο άκρο της.

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

α. Προσέχουμε ώστε ο κύλινδρος να κινείται παράλληλα με τις οριζόντιες ακμές της πλάγιας σανίδας.

β. Η μέτρηση απαιτεί δύο μαθητές. Ο ένας θα χειρίζεται το χρονόμετρο, ενώ ο άλλος θα κρατάει τον κύλινδρο στην αρχική του θέση και θα δώσει το σύνθημα για την έναρξη λειτουργίας του χρονομέτρου. Ο πρώτος θα σταματήσει το χρονόμετρο όταν παρατηρήσει ότι ο κύλινδρος διέρχεται από το χαμηλότερο σημείο της διαδρομής του.

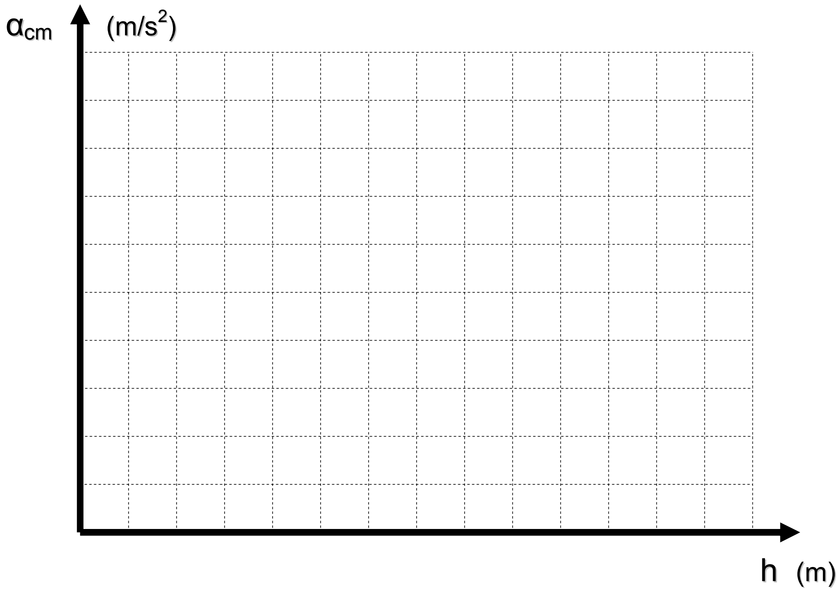
γ. Επειδή η μέτρηση του χρόνου εμπεριέχει σημαντικό υποκειμενικό σφάλμα, προτείνεται να γίνουν πέντε χρονομετρήσεις για κάθε τιμή του $h$, και να υπολογιστεί η μέση τιμή τους. Επιπλέον οι μετρήσεις να ξεκινήσουν από μικρές κλίσεις προς τις μεγαλύτερες, ώστε να αποκτηθεί σταδιακά μια εξοικείωση με τη χρονομέτρηση και να προηγούνται μερικές δοκιμαστικές μετρήσεις.

7. Καταγράφουμε όλες τις μετρήσεις μας στον πίνακα μετρήσεων που ακολουθεί, υπολογίζοντας κάθε φορά την αντίστοιχη μέση τιμή του χρόνου καθώς και την επιτάχυνση $\alpha_{cm}$. ($a_{cm} = \dfrac{2L}{t^2}$).

| **ΠΙΝΑΚΑΣ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ** | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **h** m | $t_1$ s | $t_2$ s | $t_3$ s | $t_4$ s | $t_5$ s | **t** s | $t^2$ $s^2$ | $\boldsymbol{\alpha_{cm}}$ $m/s^2$ |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |

8. Αλλάζουμε την κλίση του πλαγίου επιπέδου, προσθαφαιρώντας ή μετακινώντας στηρίγματα και επαναλαμβάνουμε την προηγούμενη διαδικασία των βημάτων 5 & 6.

9. Σχεδιάζουμε την ευθεία $\alpha_{cm} - h$ στο χιλιοστομετρικό χαρτί που ακολουθεί.




Υπολογίζουμε την κλίση της ευθείας αυτής $k = \dfrac{\Delta a_{cm}}{\Delta h}$, βρίσκοντας από τη γραφική παράσταση το μήκος που αντιστοιχεί στη μεταβολή της γραμμικής επιτάχυνσης του κ.μ. και

| $\Delta\alpha_{cm}$ = ... ...... (m/s²) | Δh = ... ...... (m) |
|---|---|

το μήκος που αντιστοιχεί στη μεταβολή του ύψους. Έτσι είναι,

$$\boxed{k = ...............}$$

Στη συνέχεια βρίσκουμε τη ροπή αδράνειας από τη σχέση $I = (\dfrac{g}{k.L} - 1).mR^2$, βάζοντας στη θέση της επιτάχυνσης της βαρύτητας $g = 9{,}81 m/s^2$ ή την τιμή που έχει βρεθεί από τον πειραματικό υπολογισμό στην προηγούμενη τάξη. Έτσι, μετά τις πράξεις μπορούμε να γράψουμε:

$$\boxed{I = ...............Kg.m^2}$$

10. Υπολογίζουμε τη ροπή αδράνειας του κυλίνδρου με βάση τη σχέση $I_{\theta\varepsilon\omega\rho} = \dfrac{1}{2}mR^2$ βρίσκουμε: $\boxed{I_{\theta\varepsilon\omega\rho} = ...............Kg.m^2}$

και τη συγκρίνουμε με αυτή που προέκυψε πειραματικά στο προηγούμενο βήμα. Υπολογίζουμε το σχετικό σφάλμα $\delta = \dfrac{|\Delta I|}{I_{\theta\varepsilon\omega\rho}}$ των δύο τιμών αφού

$$\boxed{|\Delta I| = |I_{\theta\varepsilon\omega\rho} - I| = ............Kg.m^2}$$

οπότε

$$\boxed{\delta = ...........}$$

και καταγράφουμε τις αιτίες αυτής της διαφοροποίησης. Παραθέτουμε, δηλαδή, τους παράγοντες οι οποίοι αλλοιώνουν τους θεωρητικούς υπολογισμούς.

i. ………………………………………………………………………………………..………….

ii. ……………………………………………………………………………………….………..

iii. ……………………………………………………………………………………….………..

iv. ……………………………………………………………………………………….………..

**ΟΜΑΔΑ ΕΡΓΑΣΙΑΣ**

1. ..........................................
2. ..........................................
3. ..........................................
4. ..........................................
5. ..........................................
6. ..........................................